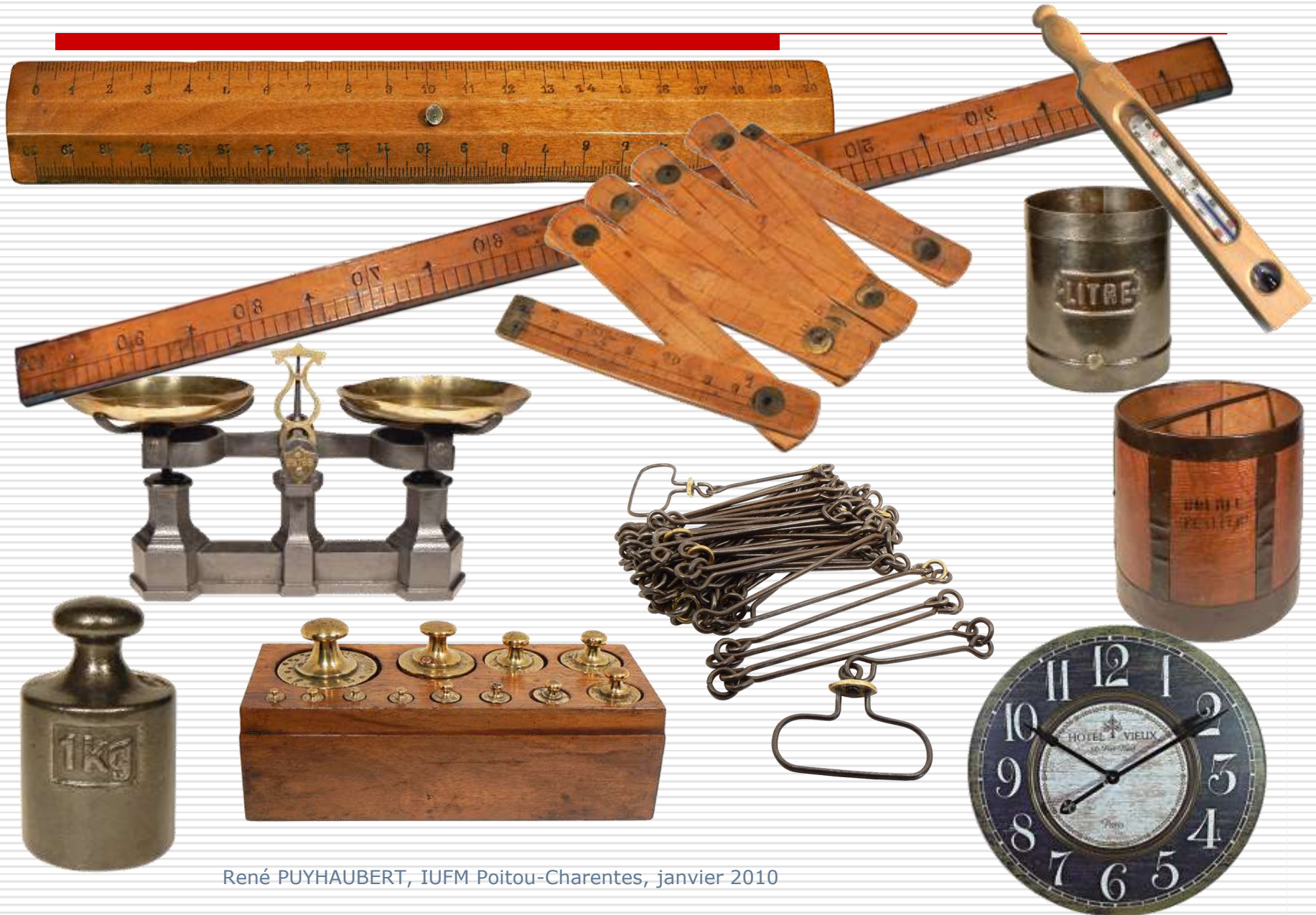


# Grandeurs et mesure en CII.



# Grandeurs et mesure en CII.

---

Une approche de la notion de mesure en cycle 2.

- Objets, grandeurs et mesure.
- Que peut-on mesurer à l'école élémentaire ?
- Qu'est ce que mesurer ?
- Une progression sur la mesure.



# Trois notions différentes:

---

- Les **objets** que l'on veut mesurer.
- Les **grandeurs** qui sont associées à ces objets. Ces grandeurs peuvent être physiques, géométriques ...
- La **mesure** qui est une **valeur numérique** de la grandeur.  
Elle n'a de sens qu'avec une **unité**.

# Les objets et les grandeurs associées.

---

- Les **solides, liquides et gaz**, qui ont pour grandeurs associées :
  - la masse ( C2, C3);
  - le volume (C3) ou la contenance (C2, C3).
  - la température (**liquides et gaz** : C3).
- Les **surfaces**, qui ont pour grandeurs associées :
  - l'aire ;
  - le périmètre qui est une longueur
- Les « **lignes** », les **segments** qui ont pour grandeur associée :
  - la longueur.

# Les objets et les grandeurs associées.

---

- Le **temps** (celui qui passe ...) qui a pour grandeurs associées :
  - l'instant : (repérage du moment) ;
  - la durée : (écart entre deux instants).
  
- D'autres grandeurs, plus complexes :
  - l'angle : associé aux **couples de droites** ;
  - le prix : associé aux **objets marchands**, qui a l'inconvénient d'être variable selon un même objet, ainsi que dans le temps.  
Il n'a pas d'instrument de mesure
  - la vitesse : qui est une grandeur quotient

# Qu'est ce que mesurer une grandeur ?

---

- C'est :
  - définir une **unité de mesure** ou « étalon »;
  - déterminer **combien il y a d'unités** dans la grandeur de l'objet.
- A partir de cette unité étalon :
  - on définit des multiples et diviseurs de cette unité.
  - on construit des instruments de mesure.
- Une mesure est toujours un couple composé **d'un nombre et d'une unité.**

# Dans l'Histoire des Mathématiques.

---

- Les mathématiques ont toujours eu comme point de départ des problèmes physiques à résoudre.
- Pour les grandeurs et la mesure :
  - les **problèmes d'architecture ou « agricoles »**, de surfaces et de contenances qui ont donné naissance aux méthodes de calcul d'aire et de volume et de la géométrie ;
  - les **problèmes de géographie ou d'astronomie**, de distance et de durées qui ont donné naissance à aux méthodes de calcul de longueurs, d'angles, de périmètre avec la trigonométrie et le système sexagésimal.



# Dans l'Histoire des Mathématiques.

---

- Les unités de mesure.

Jusqu'à la fin du 18<sup>ème</sup> siècle, la cacophonie est générale, et chaque province de France possède son propre système de « poids et mesures »

- La Révolution Française introduit deux évolutions majeures :

- le système décimal dans l'écriture des nombres (écriture à virgule)
- le système décimal dans la définition des unités de longueur, de masse, de prix.



- Elle échoue cependant totalement pour les unités de temps, partiellement pour la monnaie.



## Une progression sur l'étude des grandeurs et de la mesure.

---

- Une **grandeur** est d'abord une **notion physique**.
- Les mathématiques apportent à l'étude des grandeurs :
  - des outils pour **coder** une mesure (numération)
  - des outils pour **calculer** (conversions, formules).
  - des méthodes pour **résoudre des problèmes**
- Le sens de cette notion n'est pas du domaine des mathématiques.

## Une progression sur l'étude des grandeurs et de la mesure.

---

Il est indispensable d'aborder cette étude par une **approche physique**, c'est-à-dire par :

- comparer des grandeurs soit directement, soit indirectement sans la mesure.
- mesurer avec une unité arbitraire par report.
- introduire les unités légales.
- utiliser les instruments usuels pour mesurer.

puis ensuite avec des **outils mathématiques**:

- trouver ou apprendre des méthodes et formules de calcul.
- résoudre des problèmes de mesure (avec des conversions, des calculs, des formules ...)

# Une progression sur l'étude des grandeurs et de la mesure.

---

Le fait que l'étude des grandeurs soit placée dans le domaine des mathématiques et trop souvent rattachée à la géométrie a pour inconvénient :

- **de limiter son approche physique** et de passer trop rapidement aux calculs sur les mesures, et cela se fait au détriment du sens.
- **de négliger les grandeurs non géométriques** (masses, instants et durées, températures ...) au profit des grandeurs géométriques (longueurs, périmètres et aires)
- Le principal obstacle sur la mesure, est **celui du sens**. Aller trop vite vers l'abstraction du nombre fait perdre le sens de la notion. C'est très sensible en cycle 3 et au collège, sur les notions d'aire et de périmètre

# La mesure des longueurs.

---

- Comparaison directe de longueurs.

On doit disposer d'objets physiques : par exemple des tiges en bois (piques à brochettes), que l'on a sectionné à diverses longueurs, des crayons.

- Deux modes de comparaison :
  - **l'œil**. Il est sain de donner une réponse sans argumenter lorsque c'est évident.
  - **la juxtaposition** lorsque c'est moins évident.

# La mesure des longueurs.

---

- Comparaison indirecte de longueurs.

Lorsque les objets ne peuvent pas se déplacer (lorsqu'ils sont dessinés par exemple), il faut trouver d'autres moyens.

- Trois outils de comparaison :

- **l'œil**. Cela reste toujours intéressant, surtout lorsque les objets ne sont pas disposés de façon identique.

- **la bande de papier**. Elle convient très bien pour les petites longueurs. On reporte chacune des longueurs sur la bande de papier et on compare par repérage.

- **la ficelle non extensible** lorsque les longueurs sont plus importantes. Même procédé, mais plus délicate à manipuler. Elle permet cependant de comparer des longueurs de lignes courbes

# Comparer des longueurs sans mesurer

---

- Plus long, plus court
  - avec une comparaison directe.
  - avec une comparaison indirecte.
- Plus près, plus loin
  - comparaison indirecte avec une bande.
- Longueur d'un chemin
  - comparaison indirecte avec une bande.
  - comparaison indirecte avec un fil.



# La mesure des longueurs.

---

- Introduction d'une unité non conventionnelle.

On peut utiliser un objet arbitraire, que l'on appellera unité pour mesurer. Par exemple une allumette.

Mesurer avec cette unité, c'est reporter autant de fois que nécessaire l'unité sur le segment ou l'objet dont on veut calculer la longueur.

Évidemment, on s'arrangera pour que les mesures « tombent juste ».

- Introduction d'un outil pour mesurer

On peut construire, comme Brissiaud le fait des « règles-allumettes » qui ont pour intérêt de ne pas précipiter l'usage d'un instrument complexe : le double décimètre.



# La mesure des longueurs.

---

- Introduction d'une unité légale.

Pour mesurer les distances sur une feuille de papier on utilisera une unité adaptée : le centimètre.

Le millimètre ne figure plus dans les programmes du cycle 2, mais il sera bien difficile de ne pas en parler, puisque l'instrument de mesure usuel : le double décimètre, est gradué en centimètre et millimètre.

Pour mesurer les distances usuelles dans - ou des objets de - la classe, on utilisera le mètre et le centimètre.

Pour mesurer des distances en Géographie ou Sciences, on utilisera le km et le mètre.  
Ce sont des distances imaginées.



# La mesure des longueurs.

---

- Introduction des instruments de mesure.

Pour ne pas avoir à gérer le problème du millimètre immédiatement, ainsi que le problème du repère zéro décalé sur le double décimètre on pourra utilement créer sa propre règle graduée uniquement en centimètre et commençant là où il se doit.



Ensuite on proposera le double décimètre avec les problèmes que l'on connaît.

Enfin, pour les mesures plus importantes, on utilisera soit les différents mètres ruban, soit le mètre rigide.



Et s'il reste dans quelques écoles des chaînes décamètres dites « d'arpenteur », on pourra les utiliser avec profit pour mesurer les distances dans la cour.



Aucun instrument de mesure simple ne permet de mesurer des distances en kilomètre. Mais on pourra toujours parler du compteur des voitures.

# La mesure des longueurs.

---

- Savoir mesurer avec le double décimètre c'est :
  - Savoir placer le repère du zéro au début du segment que l'on veut mesurer.
  - Savoir repérer l'autre extrémité sur la règle graduée.
  - Savoir lire le repère sur la droite graduée : On lit le nombre de centimètre, puis éventuellement le nombre de millimètres.
- Savoir tracer un segment de longueur donnée c'est :
  - Savoir tracer un segment avec une règle.
  - Savoir lire la mesure sur la règle graduée.
  - Savoir placer une extrémité sur le zéro de la graduation et l'autre en face de la mesure du segment.

# La mesure des longueurs.

---

- Estimer des longueurs.

Un des problèmes essentiels est toujours le sens de la notion.

Comprendre la notion de longueur c'est aussi :

- savoir quel instrument je dois utiliser pour mesurer un objet.
- savoir approximativement quelle est la longueur d'un objet sans le mesurer. Au moins utiliser la bonne unité.

- Résoudre des problèmes de « la vie courante »

Il s'agit essentiellement des problèmes de calcul de longueurs à partir de « chemins » qui sont des lignes brisées.

On pourra donc y trouver des problèmes de parcours ou de périmètre

On pourra :

- utiliser la bande de papier et le report sur la bande.
- le quadrillage pour « compter » les unités.
- utiliser le double décimètre et le calcul de la somme des mesures.



# La mesure des masses.

---

- Autant la notion de longueur est objective et facilement concevable par l'être humain, autant celle de masse est subjective car elle est « polluée » par celle du volume, et du toucher.
- La progression est identique à celle des longueurs.
  - comparaison directe avec le « soupèsement », c'est-à-dire en utilisant les mains (« peser par en-dessous »).
  - comparaison directe en utilisant un instrument antique mais efficace : la balance.
  - mesure en utilisant une unité arbitraire, par exemple des jetons, des cubes ou des billes.
  - mesure en utilisant les unités légales : le gramme et le kilogramme.

# La mesure des masses.

---

- Estimer des masses.

C'est beaucoup plus complexe que pour les longueurs, et souvent (cf problème de la bourriche, bien connu des fêtes d'école) les estimations vont du simple au double.

- Résoudre des problèmes de « la vie courante »

Il s'agit essentiellement des problèmes de sommes de masses donc de calcul sur les masses, avec souvent le problème de la conversion des kg en g.

Ces problèmes de conversions sont à éviter en C2.

# La lecture de l'heure.

---

- Il est impossible d'estimer l'instant sans un instrument, cadran solaire, horloge ou autre outil. Le temps est immatériel, l'instant est fugitif et la durée très subjective.
- Les deux aiguilles de l'horloge.

A partir d'une horloge bon marché que l'on démontera il est possible de montrer que les deux aiguilles n'ont pas la même vitesse de déplacement, et que, lorsque la grande aiguille « fait le tour » la petite se déplace de très peu : d'un nombre de la graduation à son suivant.

On introduira la notion d'heure : déplacement de la petite aiguille d'un nombre à son suivant

- L'horloge à une aiguille et le cadran solaire

Pendant très longtemps le cadran solaire a suffi pour repérer le temps. Ce n'est qu'au 17<sup>ème</sup> siècle que l'on a introduit l'aiguille des minutes : la petite aiguille est un accessoire pour gens pressés !



# La lecture de l'heure.

---

- Il est ... heure(s), presque ... heure(s) ; près de ...; plus que ...; entre ...;

La seule position de la petite aiguille permet de répondre à ces questions

- Avec les deux aiguilles de l'horloge.

En remettant les deux aiguilles, il est possible de remarquer que lorsque la petite aiguille est au milieu de deux graduations, la grande aiguille est sur le 6, c'est-à-dire au milieu de son parcours.

On introduira la notion de demi heure : position de la grande aiguille et de la petite aiguille, mais aussi durée.

Le quart d'heure est plus complexe à comprendre, et il relève de la compréhension du partage en quart, moins familier que la moitié.

- L'équivalence entre heure et minutes.

Il vaut mieux avoir vu la table de 5, c'est-à-dire les multiples de 5, pour comprendre cette équivalence, inutile si l'on ne s'en sert pas pour lire l'heure en minutes et secondes, ou pour calculer des durées.

# La durée.

---


- Le sablier.

Facile à construire, facile à utiliser, il permet de matérialiser la durée et le temps qui passe.  
Il n'est pas du tout évident de le convertir en minutes : subjectivité de la durée.

- Le calcul d'une durée.

La notion de demi heure, de quart d'heure est nécessaire à la fois pour le repérage, mais aussi pour la durée. 

La minute est plus complexe à matérialiser et à évaluer.

Le calcul des durées devrait se borner en cycle 2 à un calcul en minutes (à l'intérieur d'une même plage horaire), ou d'heures entières : déplacement d'une seule aiguille. 



# Le calendrier.

---

## Complexité du calendrier .

- Il utilise trois système de numérations différents
  - L'unité est le jour,
  - La semaine est un premier multiple
  - Le mois est un second multiple mais irrégulier.
  - L'année est un troisième multiple, lui aussi irrégulier.
- Il demande de savoir lire un tableau à double entrée.
- Il demande de mémoriser et d'ordonner des noms de mois.



# Le calendrier.

---

Deux compétences à développer :

- Se repérer sur un calendrier.

C'est donc comprendre son organisation

- colonnes pour les mois ;
- lignes pour les jours ;
- cycles des semaines.

- Calculer une durée en jours.

Ces deux compétences sont généralement acquises en fin de C2, lorsqu'il s'agit de lecture directe, mais ne le sont pas lorsqu'il s'agit d'anticiper.



# La monnaie.

---

Le prix est une « grandeur » dont la monnaie est sa mesure.

- Plusieurs problèmes se posent quand à considérer la monnaie comme une grandeur :
  - il n'existe pas d'instrument de mesure d'un prix.
  - deux objets identiques peuvent avoir des prix différents.
  - ce n'est donc pas une grandeur physique, encore moins mathématique.
- On se contentera donc :
  - de connaître le système actuel d'unités de prix (euro, centime).
  - d'utiliser la monnaie comme outil permettant de travailler les décompositions additives (1€, 2€, 5€).
  - d'utiliser la monnaie comme outil permettant de travailler la numération décimale ((1€, 10€).
  - de calculer, dans le cadre des problèmes « de la vie courante » des sommes de prix.

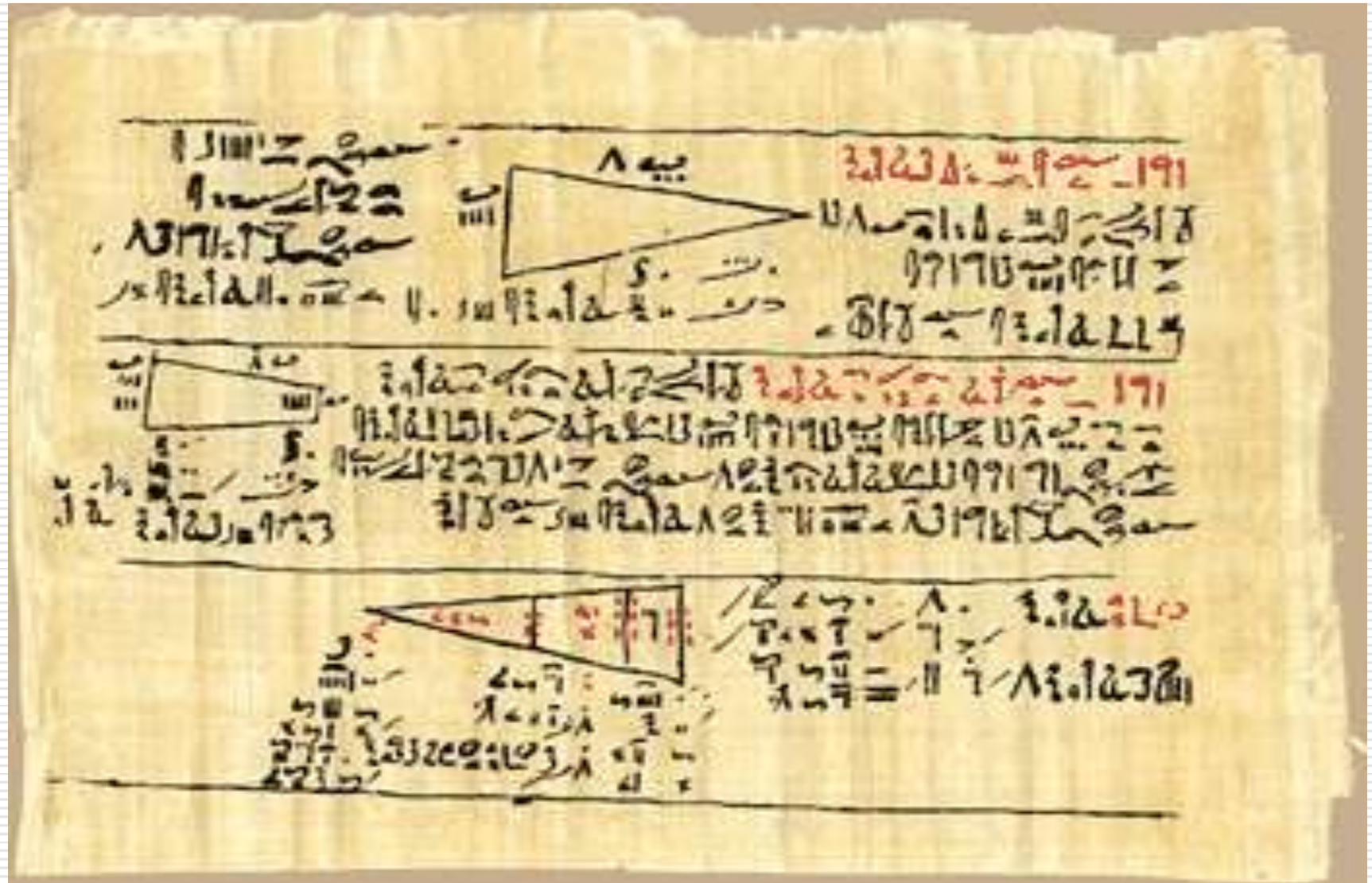
C'est fini ...

---





# Le papyrus de Rhind.





## Les nouvelles unités: Dessin de Daumier (1840)

---



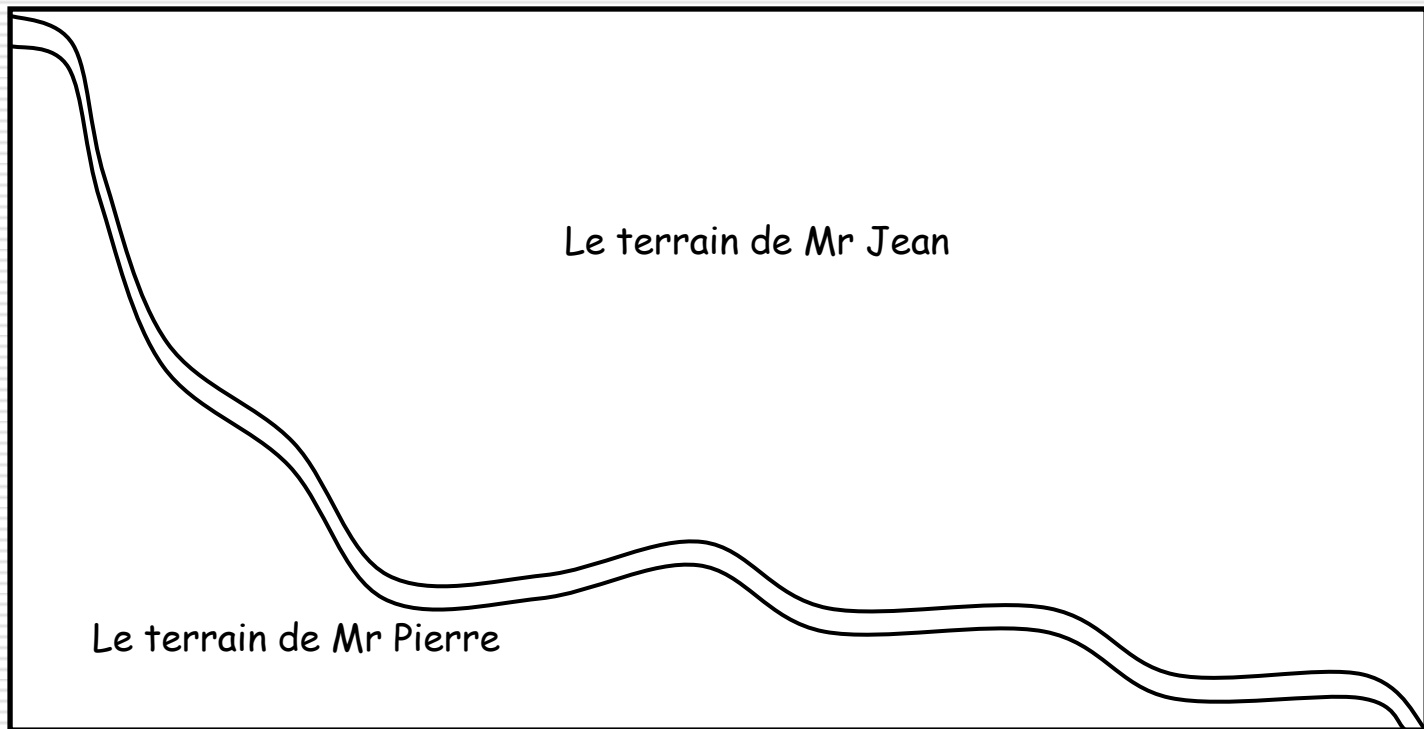
"- Dites moi donc ! m'ame Gavin, en v'là des inventions ! j'vas m'acheter une robe et on me parle étranger; ils me baragouinent des Mètres, des Thermomètres et des Baromètres !... a-t'on vu ça !

- Et moi donc; la fruitière au lieu des quatre onces de beurre, elle m'emperlificote avec des Grammes, des Filigrammes et des Programmes ! "



# Périmètre et aire

- Ce terrain rectangulaire est partagé par la rivière. Faut-il plus longtemps pour faire le tour du terrain de M. Jean ou celui de M. Pierre ? (en marchant à la même vitesse bien sûr).



- Aucun élève de Ce2 ne répond correctement ... au début.



# Comparaison directe





# La chaîne d'arpenteur.

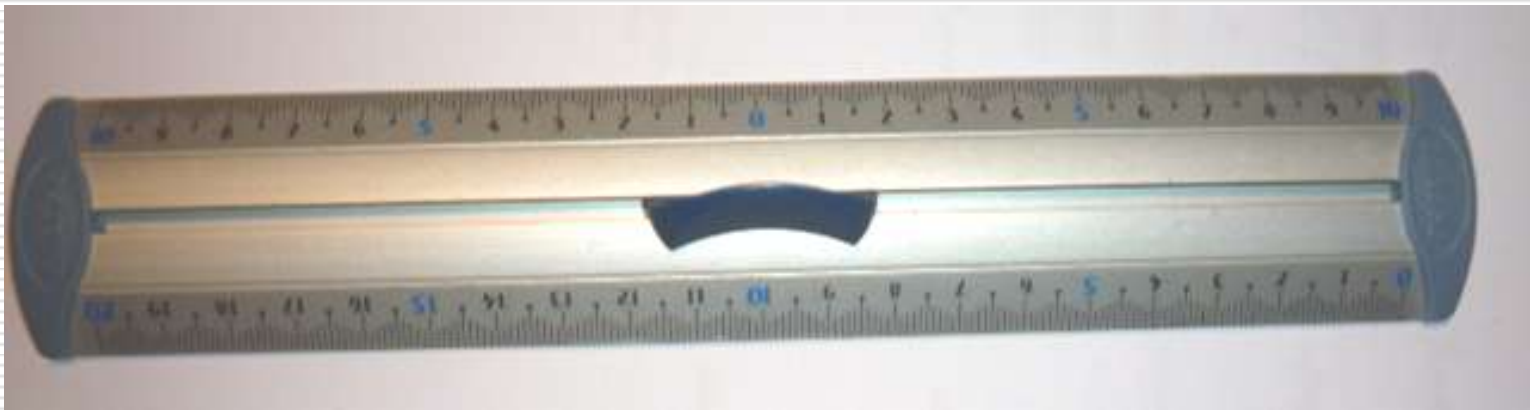
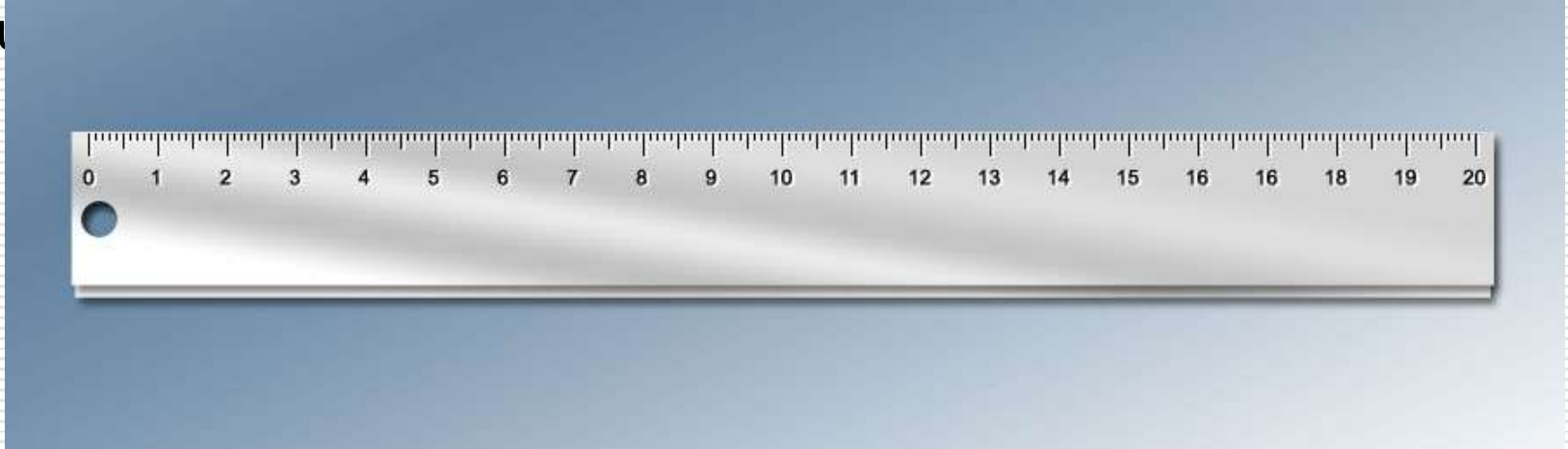
---





# Le double décimètre.

Le premier est préférable au second : un côté pour mesurer,

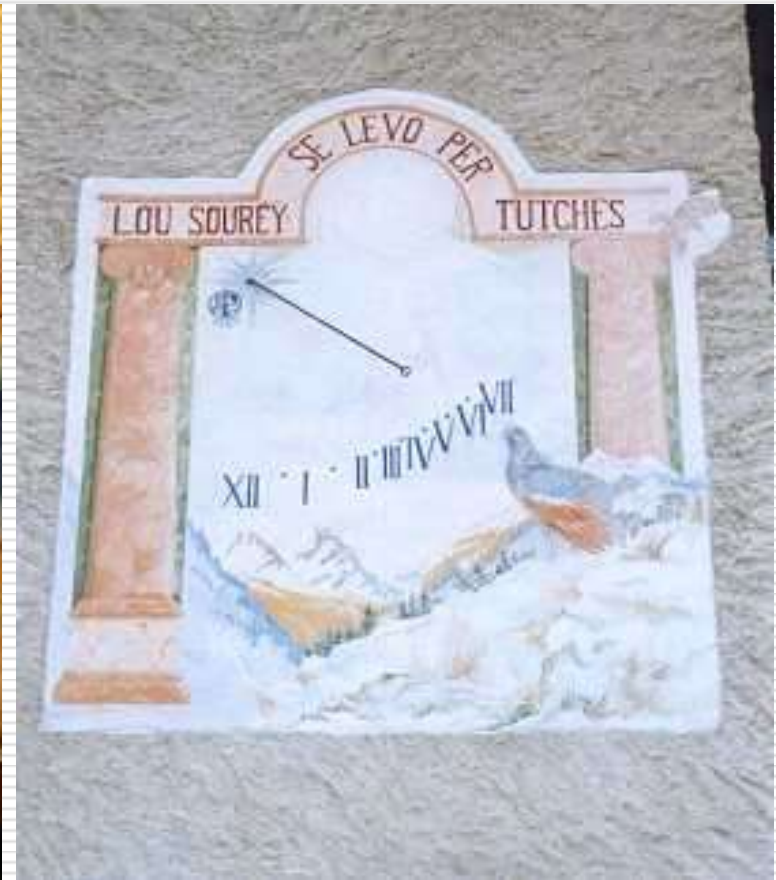


# Des cadrans solaires.



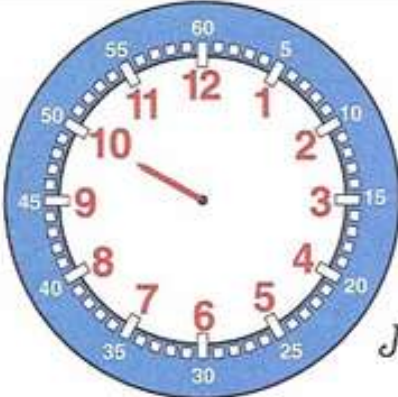
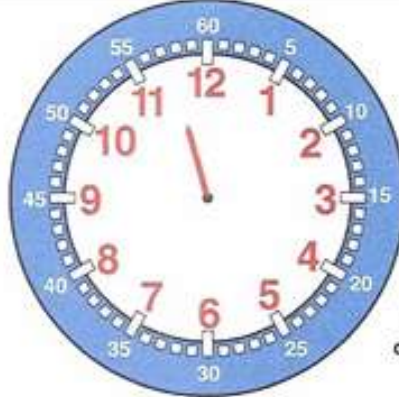


# L'horloge à une aiguille.



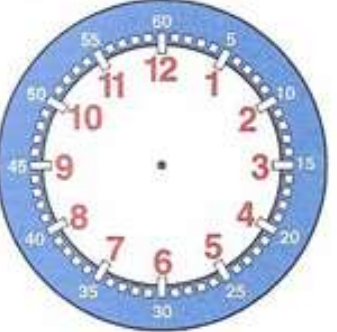
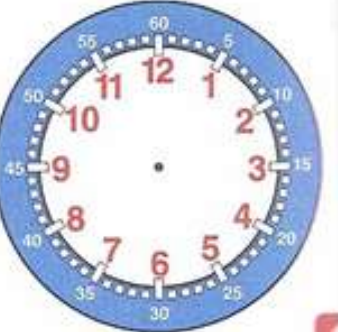




# L'horloge à une aiguille. « J'apprends les maths. »

|  |  |
|--|--|
|   | <i>Il est environ</i><br>.....<br>Je ..... |
|  | <i>Il est environ</i><br>.....<br>Je ..... |

À l'aide d'une règle, dessine l'aiguille des heures. *C'est l'après-midi. Il est environ...*

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| <i>... 1 heure et demie.</i>   | <i>... 2 heures.</i>   | <i>... 4 heures et demie.</i>  | <i>... 5 heures.</i>   |
|  |  |  |  |

# L'horloge à deux aiguilles.

---

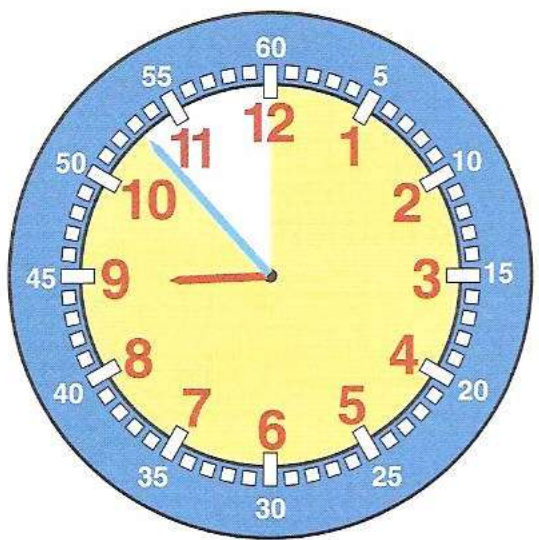




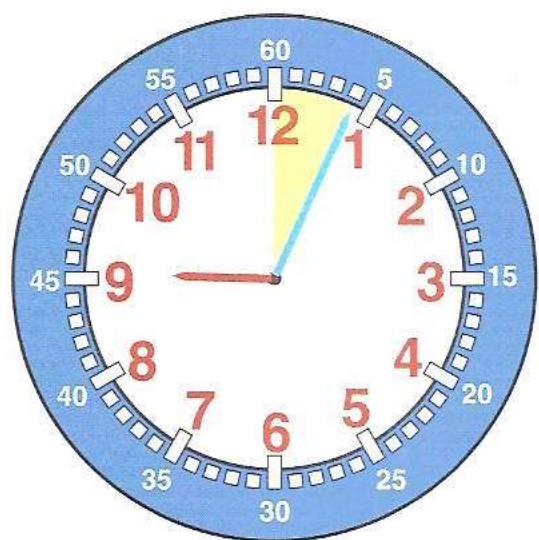


# L'horloge à deux aiguilles.

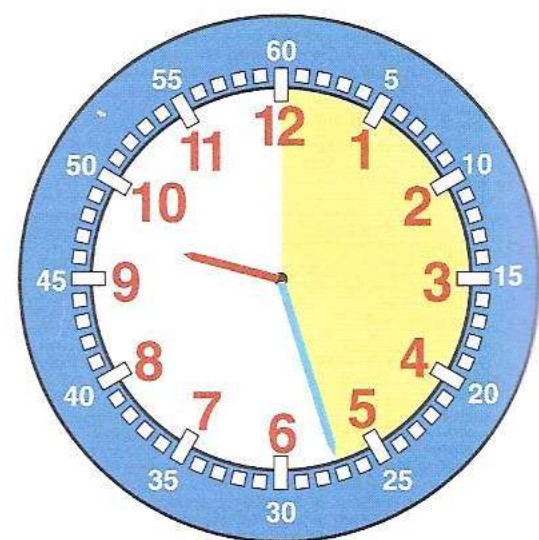
## « J'apprends les maths. CE1 »



..... minutes avant ..... h,  
il est ..... h ..... min.



..... minutes après ..... h,  
il est ..... h ..... min.



..... minutes après ..... h,  
il est ..... h ..... min.



# Repérage de l'heure.

## « J'apprends les maths CE1 »

Voici l'emploi du temps de Nina le lundi. Complète les phrases et place les aiguilles.

|         |                 | <i>Matin</i>     | <i>Après-midi</i> |
|---------|-----------------|------------------|-------------------|
| 8 h 30  | Français        |                  |                   |
| 10 h    | Récréation      | À ....., Nina    | À ....., elle     |
| 10 h 15 | Mathématiques   | entre en classe. |                   |
| 11 h 30 | Repas           |                  |                   |
| 13 h    | Arts plastiques | À ....., elle    | À ....., elle     |
| 14 h 15 | Récréation      |                  |                   |
| 14 h 30 | Sciences        |                  |                   |
| 16 h    |                 | À 11 h, elle     | À 15 h, elle      |

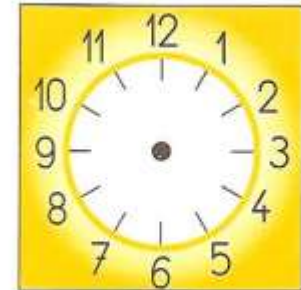




# Calcul » de durées. « Cap Maths CE1 »

## Heures et durées

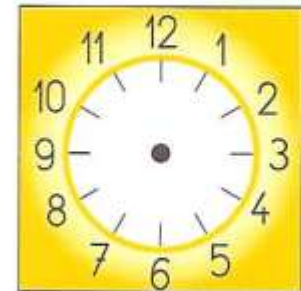
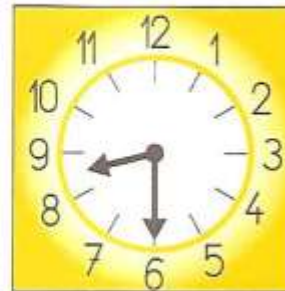
**2** Dans l'école de Lisa, la récréation commence à 10 heures et quart. Elle finit à 10 heures et demie. Combien de temps dure la récréation ?



.....

.....

**3** Dans la classe d'Alex, la séance de sport commence à 8 heures et demie. Elle dure une heure. À quelle heure finit la séance de sport ?



.....

.....



# Le calendrier mensuel

| Janvier 2010 |       |          |       |          |        |          |
|--------------|-------|----------|-------|----------|--------|----------|
| Lundi        | Mardi | Mercredi | Jeudi | Vendredi | Samedi | Dimanche |
|              |       |          |       | 1        | 2      | 3        |
| 4            | 5     | 6        | 7     | 8        | 9      | 10       |
| 11           | 12    | 13       | 14    | 15       | 16     | 17       |
| 18           | 19    | 20       | 21    | 22       | 23     | 24       |
| 25           | 26    | 27       | 28    | 29       | 30     | 31       |